Algoritmos precisos y estables en Álgebra Lineal Numérica (MTM2006-06671)

Froilán Martínez Dopico

Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid

Jornadas de seguimiento de proyectos I+D MTM2006,
Zaragoza, 30 de marzo a 1 de abril de 2009

Resumen

1. El proyecto en números
2. Contexto matemático del proyecto
3. Necesidad de investigar en la precisión de los algoritmos
4. Principales logros obtenidos-Consecución objetivos
5. Conexión con la solicitud MTM2009-09281
6. Comentarios adicionales

Resumen

El proyecto en números: Datos básicos

- **5+1 miembros del equipo:**
  1. J. Alcántara (Prof. IES)
  2. M. I. Bueno (Lecturer, California, Santa Bárbara)
  3. J. A. Ceballos (Alta 1-6-2008, Becario UC3M)
  4. Froilán M. Dopico (IP) (Prof. Titular UC3M)
  5. J. M. Molera (Prof. Titular UC3M)
  6. M. P. Veiga (Prof. Asociado UC3M, Prof. IES)

- **Financiación total obtenida:** $49331,70$ **Eur**

El proyecto en números: Datos básicos

- **5+1 miembros del equipo:**
  1. J. Alcántara (Prof. IES)
  2. M. I. Bueno (Lecturer, California, Santa Bárbara)
  3. J. A. Ceballos (Alta 1-6-2008, Becario UC3M)
  4. Froilán M. Dopico (IP) (Prof. Titular UC3M)
  5. J. M. Molera (Prof. Titular UC3M)
  6. M. P. Veiga (Prof. Asociado UC3M, Prof. IES)

- **Financiación total obtenida:** $49331,70$ **Eur**

El proyecto en números: Publicaciones

- **Publicaciones:**
  1. 14 publicaciones en revistas indexadas en JCR en las categorías
     - Mathematics, Applied (11) y
     - Mathematics (3).

     Por parámetro de impacto:
     - **4 en revistas situadas en el primer tercio (JCR, 2007),**
     - **9 en revistas situadas en el segundo tercio,**
     - **1 en revistas situadas en el tercer tercio.**
  2. 5 trabajos enviados a publicar que se encuentran en proceso de revisión.
  3. 4 trabajos están en proceso avanzado de preparación.

El proyecto en números: Publicaciones

- **Publicaciones:**
  1. **14** publicaciones en revistas indexadas en JCR en las **categorías**
     - Mathematics, Applied (11) y
     - Mathematics (3).

     Por parámetro de impacto:
     - **4 en revistas situadas en el primer tercio (JCR, 2007),**
     - **9 en revistas situadas en el segundo tercio,**
     - **1 en revistas situadas en el tercer tercio.**
  2. **5** trabajos enviados a publicar que se encuentran en proceso de revisión.
  3. **4** trabajos están en proceso avanzado de preparación.

El proyecto en números: Publicaciones

- **Publicaciones:**
  1. **14** publicaciones en revistas indexadas en JCR en las **categorías**
     - Mathematics, Applied (11) y
     - Mathematics (3).

     Por parámetro de impacto:
     - **4 en revistas situadas en el primer tercio (JCR, 2007),**
     - **9 en revistas situadas en el segundo tercio,**
     - **1 en revistas situadas en el tercer tercio.**
  2. 5 trabajos enviados a publicar que se encuentran en proceso de revisión.
  3. 4 trabajos están en proceso avanzado de preparación.

El proyecto en números: Publicaciones

- **Publicaciones:**
  1. **14** publicaciones en revistas indexadas en JCR en las **categorías**
     - Mathematics, Applied (11) y
     - Mathematics (3).

     Por parámetro de impacto:
     - **4 en revistas situadas en el primer tercio (JCR, 2007),**
     - **9 en revistas situadas en el segundo tercio,**
     - **1 en revistas situadas en el tercer tercio.**
  2. 5 trabajos enviados a publicar que se encuentran en proceso de revisión.
  3. 4 trabajos están en proceso avanzado de preparación.

El proyecto en números: Publicaciones

- **Publicaciones:**
  1. **14** publicaciones en revistas indexadas en JCR en las **categorías**
     - Mathematics, Applied (11) y
     - Mathematics (3).

     Por parámetro de impacto:
     - **4 en revistas situadas en el primer tercio (JCR, 2007),**
     - **9 en revistas situadas en el segundo tercio,**
     - **1 en revistas situadas en el tercer tercio.**
  2. **5** trabajos enviados a publicar que se encuentran en proceso de revisión.
  3. **4** trabajos están en proceso avanzado de preparación.

El proyecto en números: Publicaciones

- **Publicaciones:**
  1. **14** publicaciones en revistas indexadas en JCR en las **categorías**
     - Mathematics, Applied (11) y
     - Mathematics (3).

     Por parámetro de impacto:
     - **4 en revistas situadas en el primer tercio (JCR, 2007),**
     - **9 en revistas situadas en el segundo tercio,**
     - **1 en revistas situadas en el tercer tercio.**
  2. **5** trabajos enviados a publicar que se encuentran en proceso de revisión.
  3. **4** trabajos están en proceso avanzado de preparación.

El proyecto en números: Presentaciones en congresos

- **10 presentaciones en congresos internacionales de miembros del equipo:**
  - 6 invitadas,
  - 3 de éstas han sido **conferencias plenarias invitadas** impartidas por el IP en congresos de prestigio en el área.

- Además los colaboradores externos **F. De Terán y S. Mackey** han presentado
  - 6 charlas (2 invitadas) sobre trabajos conjuntos.

- Además el colaborador externo **P. Koev** ha presentado
  - 1 charla plenaria invitada sobre trabajos conjuntos (ILAS2007-Shanghai).

El proyecto en números: Presentaciones en congresos

- **10 presentaciones en congresos internacionales de miembros del equipo:**
  - 6 invitadas,
  - 3 de éstas han sido **conferencias plenarias invitadas** impartidas por el IP en congresos de prestigio en el área.

- Además los colaboradores externos **F. De Terán y S. Mackey** han presentado
  - 6 charlas (2 invitadas) sobre trabajos conjuntos.

- Además el colaborador externo **P. Koev** ha presentado
  - 1 charla plenaria invitada sobre trabajos conjuntos (ILAS2007-Shanghai).

El proyecto en números: Presentaciones en congresos

- **10 presentaciones en congresos internacionales de miembros del equipo:**
  - **6** invitadas,
  - **3** de éstas han sido **conferencias plenarias invitadas** impartidas por el IP en congresos de prestigio en el área.
- Además los colaboradores externos **F. De Terán y S. Mackey** han presentado
  - **6** charlas (**2** invitadas) sobre trabajos conjuntos.
- Además el colaborador externo **P. Koev** ha presentado
  - **1** charla plenaria invitada sobre trabajos conjuntos (ILAS2007-Shanghai).

El proyecto en números: Presentaciones en congresos

- **10 presentaciones en congresos internacionales de miembros del equipo:**
  - **6** invitadas,
  - **3** de éstas han sido **conferencias plenarias invitadas** impartidas por el IP en congresos de prestigio en el área.
- Además los colaboradores externos **F. De Terán y S. Mackey** han presentado
  - **6** charlas (**2** invitadas) sobre trabajos conjuntos.
- Además el colaborador externo **P. Koev** ha presentado
  - **1** charla plenaria invitada sobre trabajos conjuntos (ILAS2007-Shanghai).

El proyecto en números: Formación de recursos humanos

- IP ha codirigido **la tesis doctoral:**
    - Problemas de perturbación de objetos espectrales discontinuos en haces matriciales de Fernando De Terán (17-12-2007), U. Carlos III de Madrid. Programa de Doctorado en Ingeniería Matemática con Mención de Calidad del MEC.
    - Calificación: Sobresaliente cum laude por unanimidad.
    - **Premio Extraordinario de Doctorado**, Univ. Carlos III en 2008.
- IP ha dirigido **las memorias para obtención del DEA** de los miembros del equipo **J. Alcántara** y **M. P. Veiga**.
- **F. M. Dopico** (Chair Organizing Committe y Member Steering Committee) y **J. M. Molera** han organizado en colaboración con **SIAM** y el proyecto **SIMUMAT** (CM)
    - SIAG/LA-SIMUMAT International Summer School on Numerical Linear Algebra 21-25 de Julio de 2008 CIEM, Castro-Urdiales
    - 52 asistentes de 12 países distintos, todos jóvenes investigadores
    - Financiación: 27500 Eur + 15500$

El proyecto en números: Formación de recursos humanos

- IP ha codirigido **la tesis doctoral:**
  - Problemas de perturbación de objetos espectrales discontinuos en haces matriciales de Fernando De Terán (17-12-2007), U. Carlos III de Madrid. Programa de Doctorado en Ingeniería Matemática con Mención de Calidad del MEC.
  - Calificación: Sobresaliente cum laude por unanimidad.
  - **Premio Extraordinario de Doctorado**, Univ. Carlos III en 2008.
- IP ha dirigido **las memorias para obtención del DEA** de los miembros del equipo **J. Alcántara** y **M. P. Veiga**.
- **F. M. Dopico** (Chair Organizing Committe y Member Steering Committee) y **J. M. Molera** han organizado en colaboración con **SIAM** y el proyecto **SIMUMAT** (CM)
  - **SIAG/LA-SIMUMAT International Summer School on Numerical Linear Algebra** 21-25 de Julio de 2008 CIEM, Castro-Urdiales
  - 52 asistentes de 12 países distintos, todos jóvenes investigadores
  - Financiación: 27500 Eur + 15500$

El proyecto en números: Formación de recursos humanos

- IP ha codirigido **la tesis doctoral:**
  - Problemas de perturbación de objetos espectrales discontinuos en haces matriciales de Fernando De Terán (17-12-2007), U. Carlos III de Madrid. Programa de Doctorado en Ingeniería Matemática con Mención de Calidad del MEC.
  - Calificación: Sobresaliente cum laude por unanimidad.
  - **Premio Extraordinario de Doctorado**, Univ. Carlos III en 2008.
- IP ha dirigido **las memorias para obtención del DEA** de los miembros del equipo **J. Alcántara** y **M. P. Veiga**.
- **F. M. Dopico** (Chair Organizing Committe y Member Steering Committee) y **J. M. Molera** han organizado en colaboración con **SIAM** y el proyecto **SIMUMAT** (CM)
  - **SIAG/LA-SIMUMAT International Summer School on Numerical Linear Algebra** 21-25 de Julio de 2008 CIEM, Castro-Urdiales
  - 52 asistentes de 12 países distintos, todos jóvenes investigadores
  - Financiación: 27500 Eur + 15500$

El proyecto en números: Colaboraciones

- Publicaciones conjuntas con
  - **C. R. Johnson** (The College of William and Mary, Virginia, USA),
  - **P. Koev** (San Jose State University, California, USA)
  - **D. S. Mackey** (Western Michigan University, Michigan, USA).
- F. Dopico y J. Molera participan en la red temática **Algebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones (ALAMA)** del M.C.I. (Ref. MTM2007-30535-E) y cuyo IP es J. M. Gracia (ahora R. Bru). 85 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en el proyecto **Modelización matemática y simulación numérica en ciencia y tecnología (SIMUMAT)**, del IV PRICIT de la Comunidad de Madrid (Ref. S-0505/ESP/0158) y cuyo IP es M. de León (Importe del proyecto: 803000 Eur). 23 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en la **Acción Integrada Hispano-Italiana HI2008-0173** (UAM/Universita degli Studi di Pavia y UC3M-MOX, Milano-Universita di Bologna). IPs: B. Ayuso-L. D. Marini.

El proyecto en números: Colaboraciones

- Publicaciones conjuntas con
  - **C. R. Johnson** (The College of William and Mary, Virginia, USA),
  - **P. Koev** (San Jose State University, California, USA)
  - **D. S. Mackey** (Western Michigan University, Michigan, USA).
- F. Dopico y J. Molera participan en la red temática **Algebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones (ALAMA)** del M.C.I. (Ref. MTM2007-30535-E) y cuyo IP es J. M. Gracia (ahora R. Bru). 85 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en el proyecto **Modelización matemática y simulación numérica en ciencia y tecnología (SIMUMAT)**, del IV PRICIT de la Comunidad de Madrid (Ref. S-0505/ESP/0158) y cuyo IP es M. de León (Importe del proyecto: 803000 Eur). 23 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en la **Acción Integrada Hispano-Italiana HI2008-0173** (UAM/Universita degli Studi di Pavia y UC3M-MOX, Milano-Universita di Bologna). IPs: B. Ayuso-L. D. Marini.

El proyecto en números: Colaboraciones

- Publicaciones conjuntas con
  - **C. R. Johnson** (The College of William and Mary, Virginia, USA),
  - **P. Koev** (San Jose State University, California, USA)
  - **D. S. Mackey** (Western Michigan University, Michigan, USA).
- F. Dopico y J. Molera participan en la red temática **Algebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones (ALAMA)** del M.C.I. (Ref. MTM2007-30535-E) y cuyo IP es J. M. Gracia (ahora R. Bru). 85 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en el proyecto **Modelización matemática y simulación numérica en ciencia y tecnología (SIMUMAT)**, del IV PRICIT de la Comunidad de Madrid (Ref. S-0505/ESP/0158) y cuyo IP es M. de León (Importe del proyecto: 803000 Eur). 23 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en la **Acción Integrada Hispano-Italiana HI2008-0173** (UAM/Universita degli Studi di Pavia y UC3M-MOX, Milano-Universita di Bologna). IPs: B. Ayuso-L. D. Marini.

El proyecto en números: Colaboraciones

- Publicaciones conjuntas con
  - **C. R. Johnson** (The College of William and Mary, Virginia, USA),
  - **P. Koev** (San Jose State University, California, USA)
  - **D. S. Mackey** (Western Michigan University, Michigan, USA).
- F. Dopico y J. Molera participan en la red temática **Algebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones (ALAMA)** del M.C.I. (Ref. MTM2007-30535-E) y cuyo IP es J. M. Gracia (ahora R. Bru). 85 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en el proyecto **Modelización matemática y simulación numérica en ciencia y tecnología (SIMUMAT)**, del IV PRICIT de la Comunidad de Madrid (Ref. S-0505/ESP/0158) y cuyo IP es M. de León (Importe del proyecto: 803000 Eur). 23 investigadores participantes.
- F. Dopico participa en la **Acción Integrada Hispano-Italiana HI2008-0173** (UAM/Universita degli Studi di Pavia y UC3M-MOX, Milano-Universita di Bologna). IPs: B. Ayuso-L. D. Marini.

Otras actividades de los investigadores del equipo

- El IP del proyecto ha sido **miembro del Comité Científico** del *Encuentro de Álgebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones, ALAMA2008*, celebrado en la Universidad del País Vasco, Vitoria-Gasteiz, 25-26 de Septiembre de 2008.
- IP ha sido **Editor Asociado de SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications** para el número especial sobre **Accurate Solution of Eigenvalue Problems** publicado en el Volume 31, Issue 1 del año 2009.

Resumen

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas.**

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores,**
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas.**

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores,**
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas.**

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas.**

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas**.

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas**.

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas**.

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas**.

Contexto matemático del proyecto (I)

Tradicionalmente, el **Álgebra Lineal Numérica** es la parte del **Análisis Numérico** que desarrolla algoritmos eficientes y estables para

- resolver sistemas de ecuaciones lineales,
- problemas de mínimos cuadrados,
- para calcular autovalores y autovectores de matrices (valores singulares).

Hoy en día estos problemas siguen de actualidad pues:

- las matrices que aparecen en las aplicaciones cada vez son más "grandes",
- las arquitecturas de los ordenadores están en continua evolución,
- **los requerimientos de precisión cada vez son mayores**,
- **aparecen continuamente nuevas clases de matrices estructuradas**.

Contexto matemático del proyecto (II)

Actualmente el **Álgebra Lineal Numérica** incluye el desarrollo de algoritmos para muchos otros problemas, por ejemplo,

- problemas **polinómicos de autovalores**,

$$(A_k\lambda^k + A_{k-1}\lambda^{k-1} + \cdots + A_0)v = 0, \quad A_i \in \mathbb{C}^{n\times n},\ v \in \mathbb{C}^n,$$

  con aplicaciones en mecánica y control.
- Álgebra **MULTILINEAL** Numérica, con aplicaciones a minería de datos.
- Problemas de aproximación matricial (*matrix nearness problems*), con aplicaciones a minería de datos, reconocimiento de patrones.

Contexto matemático del proyecto (II)

Actualmente el **Álgebra Lineal Numérica** incluye el desarrollo de algoritmos para muchos otros problemas, por ejemplo,

- problemas **polinómicos de autovalores**,

$$(A_k\lambda^k + A_{k-1}\lambda^{k-1} + \cdots + A_0)v = 0, \quad A_i \in \mathbb{C}^{n\times n},\ v \in \mathbb{C}^n,$$

  con aplicaciones en mecánica y control.
- Álgebra **MULTILINEAL** Numérica, con aplicaciones a minería de datos.
- Problemas de aproximación matricial (*matrix nearness problems*), con aplicaciones a minería de datos, reconocimiento de patrones.

Contexto matemático del proyecto (II)

Actualmente el **Álgebra Lineal Numérica** incluye el desarrollo de algoritmos para muchos otros problemas, por ejemplo,

- problemas **polinómicos de autovalores**,

$$(A_k\lambda^k + A_{k-1}\lambda^{k-1} + \cdots + A_0)v = 0, \quad A_i \in \mathbb{C}^{n\times n},\, v \in \mathbb{C}^n,$$

  con aplicaciones en mecánica y control.
- Álgebra **MULTILINEAL** Numérica, con aplicaciones a minería de datos.
- Problemas de aproximación matricial (*matrix nearness problems*), con aplicaciones a minería de datos, reconocimiento de patrones.

Contexto matemático del proyecto (II)

Actualmente el **Álgebra Lineal Numérica** incluye el desarrollo de algoritmos para muchos otros problemas, por ejemplo,

- problemas **polinómicos de autovalores**,

  $$(A_k\lambda^k + A_{k-1}\lambda^{k-1} + \cdots + A_0)v = 0, \quad A_i \in \mathbb{C}^{n\times n},\ v \in \mathbb{C}^n,$$

  con aplicaciones en mecánica y control.
- Álgebra **MULTILINEAL** Numérica, con aplicaciones a minería de datos.
- Problemas de aproximación matricial (*matrix nearness problems*), con aplicaciones a minería de datos, reconocimiento de patrones.

Resumen

Un ejemplo famoso: La matriz de Hilbert 100×100

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \le i \le 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- **¿Podemos hacer algo mejor?**

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores.**

Un ejemplo famoso: La matriz de Hilbert 100×100

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \leq i \leq 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- **¿Podemos hacer algo mejor?**

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores.**

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \leq i \leq 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.77970086283480 2 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- **¿Podemos hacer algo mejor?**

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores.**

Un ejemplo famoso: La matriz de Hilbert 100×100

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \leq i \leq 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- ¿Podemos hacer algo mejor?

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores.**

Un ejemplo famoso: La matriz de Hilbert 100×100

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \leq i \leq 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- **¿Podemos hacer algo mejor?**

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores.**

Un ejemplo famoso: La matriz de Hilbert 100×100

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \leq i \leq 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- **¿Podemos hacer algo mejor?**

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores**.

Un ejemplo famoso: La matriz de Hilbert 100×100

$$h_{ij} = \frac{1}{x(i) + x(j)}, \qquad x(i) = i - 1/2 \quad \text{para } 1 \leq i \leq 100$$

- $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_{100} > 0$.

	λ_{100}
EXACTO	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
MATLAB (eig)	$-1.216072660266760 \cdot 10^{-19}$

- Los errores son muy grandes a partir del autovalor λ_{20}.
- **¿Podemos hacer algo mejor?**

	λ_{100}
EXACT	$5.779700862834802 \cdot 10^{-151}$
Implicit Jacobi	$5.779700862834813 \cdot 10^{-151}$

- Dificultades similares en otros problemas (sistemas de ecuaciones, autovectores, DVS,...), en la **presentación nos centramos en autovalores**.

Errores en algoritmos tradicionales de autovalores

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, los algoritmos tradicionales (MATLAB) son **estables en sentido regresivo**. Esto es, los autovalores calculados $\widehat{\lambda}_1 \geq \ldots \geq \widehat{\lambda}_n$ son los autovalores exactos de

$$A + E, \quad \text{con } \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2$$

  donde $\epsilon \approx 10^{-16}$ en doble precisión, es la unidad de redondeo del ordenador.

- Si $\lambda_1 \geq \ldots \geq \lambda_n$ son los autovalores de A entonces el teorema de perturbación de Weyl implica que

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| \leq \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2 \quad \text{para todo } i$$

$$\frac{|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} = O(\epsilon)\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \quad \text{para todo } i.$$

- Muy grande siempre que $\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \approx 10^{16}$ o mayor ($\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} = 3.8 \cdot 10^{150}$ en Hilbert 100×100).

Errores en algoritmos tradicionales de autovalores

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, los algoritmos tradicionales (MATLAB) son **estables en sentido regresivo**. Esto es, los autovalores calculados $\widehat{\lambda}_1 \geq \ldots \geq \widehat{\lambda}_n$ son los autovalores exactos de
$$A + E, \quad \text{con } \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2$$
donde $\epsilon \approx 10^{-16}$ en doble precisión, es la unidad de redondeo del ordenador.
- Si $\lambda_1 \geq \ldots \geq \lambda_n$ son los autovalores de A entonces el teorema de perturbación de Weyl implica que
$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| \leq \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2 \quad \text{para todo } i$$
$$\frac{|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} = O(\epsilon)\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \quad \text{para todo } i.$$
- Muy grande siempre que $\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \approx 10^{16}$ o mayor ($\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} = 3.8 \cdot 10^{150}$ en Hilbert 100×100).

Errores en algoritmos tradicionales de autovalores

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, los algoritmos tradicionales (MATLAB) son **estables en sentido regresivo**. Esto es, los autovalores calculados $\widehat{\lambda}_1 \geq \ldots \geq \widehat{\lambda}_n$ son los autovalores exactos de
$$A + E, \quad \text{con } \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2$$
donde $\epsilon \approx 10^{-16}$ en doble precisión, es la unidad de redondeo del ordenador.
- Si $\lambda_1 \geq \ldots \geq \lambda_n$ son los autovalores de A entonces el teorema de perturbación de Weyl implica que
$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| \leq \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2 \quad \text{para todo } i$$
$$\frac{|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} = O(\epsilon)\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \quad \text{para todo } i.$$
- Muy grande siempre que $\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \approx 10^{16}$ o mayor ($\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} = 3.8 \cdot 10^{150}$ en Hilbert 100×100).

Errores en algoritmos tradicionales de autovalores

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, los algoritmos tradicionales (MATLAB) son **estables en sentido regresivo**. Esto es, los autovalores calculados $\widehat{\lambda}_1 \geq \ldots \geq \widehat{\lambda}_n$ son los autovalores exactos de

$$A + E, \quad \text{con } \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2$$

  donde $\epsilon \approx 10^{-16}$ en doble precisión, es la unidad de redondeo del ordenador.

- Si $\lambda_1 \geq \ldots \geq \lambda_n$ son los autovalores de A entonces el teorema de perturbación de Weyl implica que

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| \leq \|E\|_2 = O(\epsilon)\|A\|_2 \quad \text{para todo } i$$

$$\frac{|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} = O(\epsilon)\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \quad \text{para todo } i.$$

- Muy grande siempre que $\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_i|} \approx 10^{16}$ o mayor ($\frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} = 3.8 \cdot 10^{150}$ en Hilbert 100×100).

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (I)

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, se dice que un algoritmo calcula **todos** sus **autovalores** con **alta precisión relativa (apr)** si los autovalores calculados satisfacen

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| = O(\epsilon)\,|\lambda_i| \quad \text{para todo} \quad i$$

y, además,

1. el coste es $O(n^3)$ (del mismo orden que los algoritmos tradicionales),
2. y no utiliza precisión extra o cálculos simbólicos.

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (I)

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, se dice que un algoritmo calcula **todos** sus **autovalores** con **alta precisión relativa (apr)** si los autovalores calculados satisfacen

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| = O(\epsilon)\,|\lambda_i| \quad \text{para todo} \quad i$$

y, además,

1. el coste es $O(n^3)$ (del mismo orden que los algoritmos tradicionales),
2. y no utiliza precisión extra o cálculos simbólicos.

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (I)

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, se dice que un algoritmo calcula **todos** sus **autovalores** con **alta precisión relativa (apr)** si los autovalores calculados satisfacen

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| = O(\epsilon)\,|\lambda_i| \quad \text{para todo} \quad i$$

y, además,

1. el coste es $O(n^3)$ (del mismo orden que los algoritmos tradicionales),
2. y no utiliza precisión extra o cálculos simbólicos.

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (I)

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, se dice que un algoritmo calcula **todos** sus **autovalores** con **alta precisión relativa (apr)** si los autovalores calculados satisfacen

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| = O(\epsilon)\,|\lambda_i| \quad \text{para todo} \quad i$$

y, además,

1. el coste es $O(n^3)$ (del mismo orden que los algoritmos tradicionales),
2. y no utiliza precisión extra o cálculos simbólicos.

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (I)

- Dada $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, se dice que un algoritmo calcula **todos** sus **autovalores** con **alta precisión relativa (apr)** si los autovalores calculados satisfacen

$$|\widehat{\lambda}_i - \lambda_i| = O(\epsilon)\,|\lambda_i| \quad \text{para todo} \quad i$$

  y, además,

  1. el coste es $O(n^3)$ (del mismo orden que los algoritmos tradicionales),
  2. y no utiliza precisión extra o cálculos simbólicos.

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (II)

- **APR** en autovalores sólo es posible para **tipos especiales de matrices** para las que se pueden **calcular factorizaciones** (tipo LU) **con precisión**.
- Estas matrices incluyen entre otras (por ahora) las **matrices simétricas:** definidas positivas bien escaladas, diagonalmente dominantes, Cauchy y Cauchy escaladas, Vandermonde, totalmente no negativas (TN),........
- Para TN **no simétricas** también es posible APR **(único caso no simétrico en autovalores)**.

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (II)

- **APR** en autovalores sólo es posible para **tipos especiales de matrices** para las que se pueden **calcular factorizaciones** (tipo LU) **con precisión**.
- Estas matrices incluyen entre otras (por ahora) las **matrices simétricas:** definidas positivas bien escaladas, diagonalmente dominantes, Cauchy y Cauchy escaladas, Vandermonde, totalmente no negativas (TN),........
- Para TN **no simétricas** también es posible APR **(único caso no simétrico en autovalores).**

Objetivo de un algoritmo de alta precisión (II)

- **APR** en autovalores sólo es posible para **tipos especiales de matrices** para las que se pueden **calcular factorizaciones** (tipo LU) **con precisión**.
- Estas matrices incluyen entre otras (por ahora) las **matrices simétricas:** definidas positivas bien escaladas, diagonalmente dominantes, Cauchy y Cauchy escaladas, Vandermonde, totalmente no negativas (TN),........
- Para TN **no simétricas** también es posible APR **(único caso no simétrico en autovalores)**.

Resumen

Logro principal: Algoritmo implícito de Jacobi (I)

Objetivo concreto del proyecto:

Desarrollo de un algoritmo ortogonal de alta precisión relativa y que preserve la simetría para calcular autovalores y autovectores de matrices simétricas.

Resuelto en:

- F. M. Dopico, P. Koev y J. M. Molera, *Implicit standard Jacobi gives high relative accuracy*, enviado para publicación a Numerische Mathematik.

Logro principal: Algoritmo implícito de Jacobi (I)

Objetivo concreto del proyecto:

Desarrollo de un algoritmo ortogonal de alta precisión relativa y que preserve la simetría para calcular autovalores y autovectores de matrices simétricas.

Resuelto en:

- F. M. Dopico, P. Koev y J. M. Molera, *Implicit standard Jacobi gives high relative accuracy*, enviado para publicación a Numerische Mathematik.

Logro principal: Algoritmo implícito de Jacobi (II)

Presentado por IP en charla plenarias invitadas:

- *An orthogonal and symmetric high relative accuracy algorithm for the symmetric eigenproblem*. Householder Symposium XVII, Zeuthen, Alemania, 1-6 de Junio del 2008.
- *Implicit standard Jacobi gives high relative accuracy on rank revealing decompositions*. VII International Workshop on Accurate Solution of Eigenvalue Problems, CAAS, Dubrovnik, Croatia, 9-12 de Junio del 2008.
- *Implicit Jacobi algorithms for the symmetric eigenproblem.* 15th International Linear Algebra Society Conference, Cancún, México, 16-20 de Junio del 2008.

Idea básica del algoritmo implícito de Jacobi (I)

El algoritmo clásico de Jacobi

- **INPUT:** Dada $A_0 = A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simétrica.
- **PASO BÁSICO:** Calcular una matriz ortogonal R tal que $(R_k^T A_k R_k)_{ij} = 0$, para algún $i \neq j$ (diagonalización 2×2), entonces
$$A_k \longrightarrow A_{k+1} = R_k^T A_k R_k.$$
- Seguir hasta que A_k es suficientemente diagonal.
- **OUTPUT:** los autovalores son los elementos diagonales.

Idea básica del algoritmo implícito de Jacobi (II)

El algoritmo implícito de Jacobi

- **INPUT:** Factores $X_0 = X$ y D diagonal de una descomposición $A = XDX^T$ de A simétrica.
- **PASO BÁSICO:** Calcular un matriz ortogonal R tal que $(R_k^T(X_k D X_k^T)R_k)_{ij} = 0$, para $i \neq j$ (diagonalización 2×2), entonces
$$X_k D X_k^T \longrightarrow (R_k^T X_k) D (R_k^T X_k)^T.$$
- Seguir hasta que $X_k D X_k^T$ es suficientemente diagonal.
- **OUTPUT:** los autovalores son los elementos diagonales.

Observación

La iteración es sobre el factor X: D no cambia y **las matrices A_k nunca se forman**.

$$X_0 \longrightarrow X_1 = R_0^T X_0 \longrightarrow X_2 = R_1^T X_1 \longrightarrow \cdots$$

Idea básica del algoritmo implícito de Jacobi (II)

El algoritmo implícito de Jacobi

- **INPUT:** Factores $X_0 = X$ y D diagonal de una descomposición $A = XDX^T$ de A simétrica.
- **PASO BÁSICO:** Calcular un matriz ortogonal R tal que $(R_k^T(X_k D X_k^T)R_k)_{ij} = 0$, para $i \neq j$ (diagonalización 2×2), entonces
$$X_k D X_k^T \longrightarrow (R_k^T X_k) D (R_k^T X_k)^T.$$
- Seguir hasta que $X_k D X_k^T$ es suficientemente diagonal.
- **OUTPUT:** los autovalores son los elementos diagonales.

Observación

La iteración es sobre el factor X: D no cambia y **las matrices A_k nunca se forman**.

$$X_0 \longrightarrow X_1 = R_0^T X_0 \longrightarrow X_2 = R_1^T X_1 \longrightarrow \cdots$$

Errores en el algoritmo implícito de Jacobi (I)

Theorem (Estabilidad en sentido regresivo multiplicativo)

Sea N *el* **número de diagonalizaciones** 2×2 *aplicadas a* $A = XDX^T$ *hasta la convergencia, y* $\widehat{\Lambda}$ *y* $\widehat{U}$ *las matrices de autovalores y autovectores calculados. Entonces existe una matriz* **ortogonal exacta** U *tal que*

$$U\widehat{\Lambda}U^T = (I+E)\,XDX^T\,(I+E)^T,$$

con

$$\|E\|_F = O(\epsilon\, N\, \kappa(X)) \quad \text{y} \quad \|\widehat{U} - U\|_F = O(N\,\epsilon).$$

Corollary (Errores en autovalores-teoría perturbaciones multiplicativas)

$$\frac{|\hat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} \leq O(\epsilon\, N\, \kappa(X)) \qquad \text{para todo} \quad i,$$

Errores en el algoritmo implícito de Jacobi (I)

Theorem (Estabilidad en sentido regresivo multiplicativo)

Sea N el **número de diagonalizaciones** 2×2 *aplicadas a $A = XDX^T$ hasta la convergencia, y $\widehat{\Lambda}$ y $\widehat{U}$ las matrices de autovalores y autovectores calculados. Entonces existe una matriz* **ortogonal exacta** U *tal que*

$$U \widehat{\Lambda} U^T = (I + E)\, XDX^T \,(I + E)^T,$$

con

$$\|E\|_F = O(\epsilon\, N\, \kappa(X)) \quad \text{y} \quad \|\widehat{U} - U\|_F = O(N\, \epsilon).$$

Corollary (Errores en autovalores-teoría perturbaciones multiplicativas)

$$\frac{|\hat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} \leq O(\epsilon\, N\, \kappa(X)) \qquad \text{para todo} \quad i,$$

Errores en el algoritmo implícito de Jacobi (II)

Corollary (Errores en autovalores-teoría perturbaciones multiplicativas)

$$\frac{|\hat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} \leq O(\epsilon\, N\, \kappa(X)) \qquad \text{para todo} \quad i,$$

Factorizaciones con X bien condicionada

Variantes simétricas de la **eliminación Gaussiana con pivote completo** factorizan $A = A^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$

$$A = XDX^T \quad \text{con} \quad \kappa(\mathbf{X}) \approx \mathbf{n},$$

en general.

Errores en el algoritmo implícito de Jacobi (II)

Corollary (Errores en autovalores-teoría perturbaciones multiplicativas)

$$\frac{|\hat{\lambda}_i - \lambda_i|}{|\lambda_i|} \leq O(\epsilon\, N\, \kappa(X)) \qquad \text{para todo} \quad i,$$

Factorizaciones con X bien condicionada

Variantes simétricas de la **eliminación Gaussiana con pivote completo** factorizan $A = A^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$A = XDX^T \quad \text{con} \quad \kappa(\mathbf{X}) \approx \mathbf{n},$$

en general.

Otros logros del proyecto (I)

Objetivo concreto del proyecto:

Una implementación optimizada y un análisis de errores a posteriori de nuestro algoritmo SSVD (Signed Singular Value Decomposition).

Resuelto en:

- F. M. Dopico y J. M. Molera. *Computing eigenvectors with full high relative accuracy in the SSVD algorithm*, casi finalizada la redacción y presentado en dos congresos.

Otros logros del proyecto (I)

Objetivo concreto del proyecto:

Una implementación optimizada y un análisis de errores a posteriori de nuestro algoritmo SSVD (Signed Singular Value Decomposition).

Resuelto en:

- F. M. Dopico y J. M. Molera. *Computing eigenvectors with full high relative accuracy in the SSVD algorithm*, casi finalizada la redacción y presentado en dos congresos.

Otros logros del proyecto (II)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmos precisos para cálculos espectrales con matrices signo regulares.

Resuelto para un caso particular en:

- P. Koev y F. M. Dopico. *Accurate eigenvalues of certain sign regular matrices.* Linear Algebra and its Applications, 424 (2007), pp. 435-447.

Otros logros del proyecto (II)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmos precisos para cálculos espectrales con matrices signo regulares.

Resuelto para un caso particular en:

- P. Koev y F. M. Dopico. *Accurate eigenvalues of certain sign regular matrices.* Linear Algebra and its Applications, 424 (2007), pp. 435-447.

Otros logros del proyecto (III)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmos para factorizaciones tipo LU que revelen el rango de matrices estructuradas.

Tratado en:

- F. M. Dopico y C. R. Johnson. *Parametrization of the matrix symplectic group and applications*, **aceptado** para publicación en SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications.
- M. I. Bueno y C. R. Johnson. *Minimum deviation, quasi-LU factorization of nonsingular matrices.* Linear Algebra and its Applications, 427 (2007), pp. 99-118.

Otros logros del proyecto (III)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmos para factorizaciones tipo LU que revelen el rango de matrices estructuradas.

Tratado en:

- F. M. Dopico y C. R. Johnson. *Parametrization of the matrix symplectic group and applications*, **aceptado** para publicación en SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications.
- M. I. Bueno y C. R. Johnson. *Minimum deviation, quasi-LU factorization of nonsingular matrices.* Linear Algebra and its Applications, 427 (2007), pp. 99-118.

Otros logros del proyecto (IV)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmo y propiedades de la factorización QR de matrices totalmente positivas.

Resuelto en:

- F.M. Dopico y P. Koev, *Bidiagonal decompositions of oscillating systems of vectors.* Linear Algebra and its Applications 428, pp. 2536-2548 (2008).
- F. M. Dopico y P. Koev. *Perturbation theory and accurate computation of the Q factor of totally positive matrices*, en preparación.

Otros logros del proyecto (IV)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmo y propiedades de la factorización QR de matrices totalmente positivas.

Resuelto en:

- F.M. Dopico y P. Koev, *Bidiagonal decompositions of oscillating systems of vectors.* Linear Algebra and its Applications 428, pp. 2536-2548 (2008).
- F. M. Dopico y P. Koev. *Perturbation theory and accurate computation of the Q factor of totally positive matrices*, en preparación.

Otros logros del proyecto (V)

Objetivo concreto del proyecto:

Análisis de errores y números de condición de factorizaciones LU.

Tratado en:

- C. Brittin y M. I. Bueno. *Numerical properties of shifted tridiagonal LU factorizations.* Mediterranean Journal of Mathematics, 4 (2007), pp. 275-288.
- F. M. Dopico y P. Koev. *Perturbation theory of the LDU factorization of diagonally dominant matrices and its application to accurate computations of singular values*, en preparación.

Otros logros del proyecto (V)

Objetivo concreto del proyecto:

Análisis de errores y números de condición de factorizaciones LU.

Tratado en:

- C. Brittin y M. I. Bueno. *Numerical properties of shifted tridiagonal LU factorizations.* Mediterranean Journal of Mathematics, 4 (2007), pp. 275-288.
- F. M. Dopico y P. Koev. *Perturbation theory of the LDU factorization of diagonally dominant matrices and its application to accurate computations of singular values*, en preparación.

Otros logros del proyecto (VI)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmos estables para calcular matrices de Jacobi asociadas a relaciones de recurrencia a tres términos de familias de polinomios ortogonales.

Tratado en:

- M. I. Bueno, A. Deaño y E. Tavernetti, *An algorithm for computing the Geronimus transformation with large shifts*, enviado a Numerical Algorithms.

Otros logros del proyecto (VI)

Objetivo concreto del proyecto:

Algoritmos estables para calcular matrices de Jacobi asociadas a relaciones de recurrencia a tres términos de familias de polinomios ortogonales.

Tratado en:

- M. I. Bueno, A. Deaño y E. Tavernetti, *An algorithm for computing the Geronimus transformation with large shifts*, enviado a Numerical Algorithms.

Resumen

MTM2009-09281. Álgebra Lineal Numérica: teoría, estructuras y algoritmos

- **Solicitantes:** M. I. Bueno, J. A. Ceballos, Froilán M. Dopico (IP), J. M. Molera, y los nuevos investigadores, F. De Terán y H. Oulad (A. Doctores, UC3M).
- **Tres temas principales:**
  - Algoritmos de alta precisión para sistemas de ecuaciones lineales, para autovalores, autovectores y descomposiciones en valores singulares de matrices estructuradas.
  - Estabilidad de algoritmos rápidos para problemas matriciales quasiseparables.
  - **Polinomios matriciales singulares: teoría, linealizaciones y algoritmos estructurados.**

¡Este es un tema completamente nuevo para los solicitantes!

MTM2009-09281. Álgebra Lineal Numérica: teoría, estructuras y algoritmos

- **Solicitantes:** M. I. Bueno, J. A. Ceballos, Froilán M. Dopico (IP), J. M. Molera, y los nuevos investigadores, F. De Terán y H. Oulad (A. Doctores, UC3M).
- **Tres temas principales:**
  - Algoritmos de alta precisión para sistemas de ecuaciones lineales, para autovalores, autovectores y descomposiciones en valores singulares de matrices estructuradas.
  - Estabilidad de algoritmos rápidos para problemas matriciales quasiseparables.
  - **Polinomios matriciales singulares: teoría, linealizaciones y algoritmos estructurados.**

¡Este es un tema completamente nuevo en nuestras solicitudes!

MTM2009-09281. Álgebra Lineal Numérica: teoría, estructuras y algoritmos

- **Solicitantes:** M. I. Bueno, J. A. Ceballos, Froilán M. Dopico (IP), J. M. Molera, y los nuevos investigadores, F. De Terán y H. Oulad (A. Doctores, UC3M).
- **Tres temas principales:**
  - Algoritmos de alta precisión para sistemas de ecuaciones lineales, para autovalores, autovectores y descomposiciones en valores singulares de matrices estructuradas.
  - Estabilidad de algoritmos rápidos para problemas matriciales quasiseparables.
  - **Polinomios matriciales singulares: teoría, linealizaciones y algoritmos estructurados.**

¡Este es un tema completamente nuevo en nuestras solicitudes!

Publicaciones del equipo en polinomios matriciales

- F. De Terán, F. M. Dopico y D. S. Mackey, *Fiedler companion linearizations and the recovery of minimal indices*, en preparación.
- F. De Terán y F.M. Dopico, *First order spectral perturbation theory of square singular matrix polynomials*, enviado para publicación a Linear Algebra and its Applications.
- F. De Terán, F.M. Dopico y D. S. Mackey, *Linearizations of singular matrix polynomials and the recovery of minimal indices*, aceptado para publicación a Electronic Journal of Linear Algebra.
- F. De Terán y F.M. Dopico, *Low rank perturbation of regular matrix polynomials.* Linear Algebra and its Applications 430, pp. 579-586 (2009).
- F. De Terán y F.M. Dopico, *Sharp lower bounds for the dimension of linearizations of matrix polynomials.* Electronic Journal of Linear Algebra 17, pp. 518-531 (2008).
- F. De Terán, F.M. Dopico y J. Moro, *First order spectral perturbation theory of square singular matrix pencils.* Linear Algebra and its Applications 429, pp. 548-576 (2008).
- F. De Terán y F. M. Dopico. *Low rank perturbation of Kronecker structures without full rank.* SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 29 (2007), pp. 496-529.

Publicaciones del equipo en polinomios matriciales

- F. De Terán, F. M. Dopico y D. S. Mackey, *Fiedler companion linearizations and the recovery of minimal indices*, en preparación.
- F. De Terán y F.M. Dopico, *First order spectral perturbation theory of square singular matrix polynomials*, enviado para publicación a Linear Algebra and its Applications.
- F. De Terán, F.M. Dopico y D. S. Mackey, *Linearizations of singular matrix polynomials and the recovery of minimal indices*, aceptado para publicación a Electronic Journal of Linear Algebra.
- F. De Terán y F.M. Dopico, *Low rank perturbation of regular matrix polynomials.* Linear Algebra and its Applications 430, pp. 579-586 (2009).
- F. De Terán y F.M. Dopico, *Sharp lower bounds for the dimension of linearizations of matrix polynomials.* Electronic Journal of Linear Algebra 17, pp. 518-531 (2008).
- F. De Terán, F.M. Dopico y J. Moro, *First order spectral perturbation theory of square singular matrix pencils.* Linear Algebra and its Applications 429, pp. 548-576 (2008).
- F. De Terán y F. M. Dopico. *Low rank perturbation of Kronecker structures without full rank.* SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 29 (2007), pp. 496-529.

Resumen

Simplificación de trámites en proyectos de matemáticas o de cuantía similar

- Escribir 4 informes (inicial+anual+anual+final) es innecesario.
  - Si vienes a la reunión de Zaragoza: 2 documentos más.
- Aumentar el periodo de duración de proyectos de 3 a 4 años.
- La memoria técnica de la solicitud es simplificable. Ej: Metodología y plan de trabajo, Cronograma, difusión,....

Simplificación de trámites en proyectos de matemáticas o de cuantía similar

- Escribir 4 informes (inicial+anual+anual+final) es innecesario.
  - Si vienes a la reunión de Zaragoza: 2 documentos más.
- Aumentar el periodo de duración de proyectos de 3 a 4 años.
- La memoria técnica de la solicitud es simplificable. Ej: Metodología y plan de trabajo, Cronograma, difusión,....

Simplificación de trámites en proyectos de matemáticas o de cuantía similar

- Escribir 4 informes (inicial+anual+anual+final) es innecesario.
  - Si vienes a la reunión de Zaragoza: 2 documentos más.
- Aumentar el periodo de duración de proyectos de 3 a 4 años.
- La memoria técnica de la solicitud es simplificable. Ej: Metodología y plan de trabajo, Cronograma, difusión,....

Simplificación de trámites en proyectos de matemáticas o de cuantía similar

- Escribir 4 informes (inicial+anual+anual+final) es innecesario.
  - Si vienes a la reunión de Zaragoza: 2 documentos más.
- Aumentar el periodo de duración de proyectos de 3 a 4 años.
- La memoria técnica de la solicitud es simplificable. Ej: Metodología y plan de trabajo, Cronograma, difusión,....